

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Департамент образования Томской области

Областное государственное бюджетное общеобразовательное учреждение

ОГБОУ "Томский физико-технический лицей"

Согласовано
Замдиректора по УВР
_____ Васильева А.С.

УТВЕРЖЕНО

Директор

_____ А.Е.Иванов

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА
курса внеурочной деятельности**

«Решение нестандартных задач по математике»

для 10-11 классов

Составитель: Деревцова Елена Викторовна
учитель математики

Томск 2024

Пояснительная записка.

Рабочая программа элективного курса по математике «Избранные вопросы алгебры» в 10 классе на 2023 - 2024 учебный год составлен на основе программы МО РФ, НФПК «Элективные курсы в профильном обучении. Образовательная область «Математика»» и авторской программы: «Алгебра плюс: элементарная алгебра с точки зрения высшей математики. Рациональные алгебраические уравнения и неравенства», авторы: А.Н. Земляков, общая редакция: А.Г. Каспржаком, - М., Вита-пресс, 2004 г.

Для реализации программы использовано учебное пособие: Пратусевич М.Я., Столбов К.М., Головин А.Н. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа (углублённый уровень) 10 класс. ДРОФА. (ФГОС)
Номер ФПУ 1.3.4.2.4.1

Курс рассчитан на 1 год обучения – 10класс.

Количество часов на год по программе: 68.

Количество часов в неделю: 2, что соответствует школьному учебному плану.

Курс рассчитан на учащихся 10—11 классов общеобразовательной школы и предполагает совершенствование подготовки школьников по освоению основных разделов математики.

Основные цели курса:

- развитие интереса к математике и решению задач;
- совершенствование полученных в основном курсе знаний и умений;
- формирование представлений о постановке, классификации, приемах и методах решения школьных математических задач;
- подготовка к ЕГЭ.

Программа элективного курса согласована с требованиями государственного образовательного стандарта и содержанием основных программ курса математики профильной школы. Она ориентирует учителя на дальнейшее совершенствование уже усвоенных учащимися знаний и умений. Для этого вся программа делится на несколько разделов.

Элементы	Научатся	Получат возможность
----------	----------	---------------------

содержания		научиться
Логика алгебраических задач	<p>Знать определения уравнений с переменными, числовых неравенств, неравенств с переменными;</p> <p>Знать свойства числовых неравенств;</p> <p>Отличать конъюнкцию и дизъюнкцию предложений, различать задачи на следование и равносильность.</p>	<p>Уметь решать логические задачи с параметрами;</p> <p>Уметь интерпретировать задачи с параметрами на координатной плоскости;</p> <p>Применять свойства числовых неравенств.</p>
Многочлены и алгебраические уравнения	<p>Знать определение степени многочлена;</p> <p>Знать алгоритм деления многочленов с остатком;</p> <p>Знать теоремы о делимости на двучлен и о числе корней многочленов;</p> <p>Знать общую теорему Виета;</p> <p>Знать формулу Ньютона для степени бинома;</p> <p>Знать теорему о существовании корня у полинома нечетной степени;</p> <p>Знать формулы куба суммы и разности, формулу Кардано;</p> <p>Знать схему разложения Феррари;</p> <p>Знать теорему о рациональных корнях многочленов с целыми коэффициентами;</p>	<p>Уметь определять степень многочлена;</p> <p>Уметь применять алгоритм деления многочленов с остатком;</p> <p>Уметь применять общую теорему Виета;</p> <p>Для квадратного трехчлена производить линейную замену, строить график, раскладывать на множители, применять теорему Виета;</p> <p>Для квадратного неравенства уметь применять метод интервалов;</p> <p>Уметь раскладывать кубический многочлен на множители и угадывать корни;</p> <p>Уметь проводить линейную замену и решать укороченное кубическое уравнение;</p> <p>Уметь проводить графический анализ кубического уравнения;</p> <p>Уметь применять метод замены для решения биквадратных уравнений;</p> <p>Уметь использовать метод неопределенных коэффициентов;</p> <p>Уметь использовать метод понижения степени заменой и разложением;</p>
Рациональные алгебраические уравнения и неравенства	<p>Знать общую схему решения дробно-рациональных уравнений;</p> <p>Знать методы решения дробно-рациональных уравнений: метод замены, метод сведения к совокупности систем; неравенств: метод интервалов, метод оценки, метод областей</p>	<p>Применять общую схему решения дробно-рациональных уравнений;</p> <p>Применять различные методы решения дробно-рациональных уравнений и неравенств;</p>

Предметные знания:

- Алгебраические задачи: уравнения, неравенства с переменными, системы, совокупности. Множества решений. Следование и равносильность задач.
- Многочлены и действия над ними. Деление с остатком, алгоритмы деления. Теорема Безу. Разложимые многочлены. Число корней многочлена.
- Многочлены низших степеней (от второй до четвертой). Поиск корней и разложений.
- Рациональные и иррациональные уравнения и неравенства. Методы замены и разложения. Метод интервалов. Метод эквивалентных переходов. Метод сведения к системам. Метод оценок. Использование монотонности. Схемы решения задач с модулями.
- Основные методы решения рациональных алгебраических систем с двумя переменным: подстановка, исключение переменных, замена, разложение.

Предметные умения:

- Умение проводить логически грамотные преобразования выражений и эквивалентные преобразования алгебраических задач (уравнений, неравенств, систем, совокупностей);
- Умение использовать основные методы при решении алгебраических задач с различными классами функций (рациональными и иррациональными), в том числе: методы замены, разложения, подстановки, эквивалентных преобразований, использование оценок, монотонности.

Общеинтеллектуальные умения:

- Умение анализировать различные задачи и ситуации, выделять главное, достоверное в той или иной информации;
- Владение логическим, доказательным стилем мышления, умение логически обосновывать свои суждения;
- Умение конструктивно подходить к предлагаемым задачам;
- Умение планировать и проектировать свою деятельность, проверять и оценивать ее результаты.

Общекультурные компетенции:

- Понимание элементарной математики как неотъемлемой части математики, методы которой базируются на многих разделах математики высшей;
- Понимание роли элементарной математики в развитии математики, роли математиков в развитии современной элементарной математики;
- Восприятие математики как развивающейся фундаментальной науки, являющейся неотъемлемой составляющей науки, цивилизации, общечеловеческой культуры во взаимосвязи и взаимодействии с другими областями мировой культуры.

Система контроля освоения обучающимися программы элективного курса

Чтобы оценить динамику усвоения учениками теоретического материала и поставить учащегося перед необходимостью регулярно заниматься, психологически

очень важно предоставить подростку достаточно объективную информацию об уровне его знаний и умений, а значит, и об ожидающей его оценке.

Особенность материала, составляющего данный курс, такова, что аудиторное выполнение письменных работ должно использоваться крайне осмотрительно и весьма осторожно, так как большинство задач на установление истинности неравенства с переменными — это небольшие исследования, результат которых — доказательства достаточно нетривиальных и отнюдь не очевидных теорем. Так что выполнение аудиторной письменной работы по данному курсу может потребовать от ученика очень много усилий и времени и заставит его пережить очередной и совершенно ненужный и вредный для здоровья стресс.

Форма итоговой аттестации ученика:

- Зачет и самостоятельная работа.

Критерии оценки самостоятельной работы обучающихся:

- рациональность решения;
- использование теоретического обоснования;
- правильность решения;
- выполнения работы не менее чем на 50%.

Критерии оценки зачета:

- выполнения работы не менее чем на 50%.

Содержание курса

Тема 1. Логика алгебраических задач (5ч)

- Элементарные алгебраические задачи как предложения с переменными.
- Множество решений задач. Следование и равносильность (эквивалентность) задач.
- Уравнения с переменными. Числовые неравенства и неравенства с переменной. Свойства числовых неравенств.
- Сложные (составные) алгебраические задачи. Конъюнкция и дизъюнкция предложений. Системы и совокупность задач.
- Алгебраические задачи с параметрами.
- Логические задачи с параметрами. Задачи на следование и равносильность.
- Интерпретация задач с параметрами на координатной плоскости.

Тема 2. Многочлены и полиномиальные алгебраические уравнения

(12ч)

- Представление о целых рациональных алгебраических выражениях. Многочлены над полями R , Q и над кольцом Z . Степень многочлена. Кольца многочленов.
- Делимость и деление многочленов с остатком. Алгоритмы деления с остатком.
- Теорема Безу. Корни многочленов. Следствия из теоремы Безу: теоремы о делимости на двучлен и о числе корней многочленов. Кратные корни.
- Полностью разложимые многочлены и система Виета. Общая теорема Виета.
- Квадратичные неравенства: метод интервалов и схема знаков квадратного трехчлена.

- Кубические многочлены. Теорема о существовании корня у полинома нечетной степени. Угадывание корней и разложение.
- Куб суммы/разности. Линейная замена и укороченное кубическое уравнение.
- Графический анализ кубического уравнения $x^3 + ax - b$. Неприводимый случай (три корня) и необходимость комплексных чисел.
- Уравнения степени 4. Биквадратные уравнения. Представление о методе замены.
- Линейная замена, основанная на симметрии.
- Угадывание корней. Разложение. Метод неопределенных коэффициентов.
- Понижение степени заменой и разложением. Теоремы о рациональных корнях многочленов с целыми коэффициентами.
- Приемы установления иррациональности и рациональности чисел.

Тема 3. Рациональные алгебраические уравнения и неравенства

(7ч)

- Представление о рациональных алгебраических выражениях. Симметрические, кососимметрические и возвратные многочлены и уравнения.
- Дробно - рациональные алгебраические уравнения. Общая схема решения.
- Метод замены при решении дробно - рациональных уравнений.
- Дробно - рациональные алгебраические неравенства. Общая схема решения методом сведения к совокупностям систем.
- Метод интервалов решения дробно-рациональных алгебраических неравенств.
- Метод интервалов решения дробно-рациональных алгебраических неравенств.
- Метод замены при решении неравенств.
- Неравенства с двумя переменными. Множества решений на координатной плоскости. Стандартные неравенства. Метод областей.

Тема 4. Рациональные алгебраические системы (16ч)

- Уравнения с несколькими переменными. Рациональные уравнения с двумя переменными. Однородные уравнения с двумя переменными.
- Рациональные алгебраические системы. Метод подстановки. Метод исключения переменной. Равносильные линейные преобразования систем.
- Однородные системы уравнений с двумя переменными.
- Замена переменных в системах уравнений.
- Симметрические выражения от двух переменных. Рекуррентное представление сумм степеней через элементарные симметрические многочлены (от двух переменных).
- Системы Виета и симметрические системы с двумя переменными.
- Метод разложения при решении систем уравнений.
- Оценка значений переменных.
- Сведение уравнений к системам.
- Системы с тремя переменными. Основные методы.
- Системы Виета с тремя переменными.

Тема 5. Иррациональные алгебраические задачи (12ч)

- Представление об иррациональных алгебраических функциях. Понятия арифметических и алгебраических корней. Иррациональные алгебраические выражения и уравнения.
- Уравнения с квадратными радикалами. Замена переменной. Замена с ограничениями.
- Неэквивалентные преобразования. Сущность проверки.
- Метод эквивалентных преобразований уравнений с квадратными радикалами.
- Сведение иррациональных и рациональных уравнений к системам.
- Освобождение от кубических радикалов.
- Метод оценки. Использование монотонности. Использование однородности.
- Иррациональные алгебраические неравенства. Почему неравенства с радикалами сложных уравнений.
- Эквивалентные преобразования неравенств. Стандартные схемы освобождения от радикалов в неравенствах (сведение к системам и совокупностям систем).
- «Дробно-иррациональные» неравенства. Сведение к совокупностям систем.
- Теорема о промежуточном значении непрерывной функции. Определение промежутков знаков постоянства непрерывных функций. Метод интервалов при решении иррациональных неравенств.
- Замена при решении иррациональных неравенств.
- Использование монотонности и оценок при решении неравенств.
- Уравнения с модулями. Раскрытие модулей, стандартные схемы. Метод интервалов при раскрытии модулей.
- Неравенства с модулями. Простейшие неравенства. Схемы освобождения от модулей в неравенствах.
- Эквивалентные замены разностей модулей в разложенных и дробных неравенствах («правило знаков»).
- Иррациональные алгебраические системы. Основные приемы.
- Смешанные системы с двумя переменными.

Тема 6. Алгебраические задачи с параметрами (16ч)

- Что такое задача с параметрами. Аналитический подход. Выписывание ответа (описание множеств решений) в задачах с параметрами.
- Рациональные задачи с параметрами. Запись ответов.
- Иррациональные задачи с параметрами. «Собирание» ответов.
- Задачи с модулями и параметрами. Критические значения параметра.
- Метод интервалов в неравенствах с параметрами.
- Замена в задачах с параметрами.
- Метод разложения в задачах с параметрами. Разложение с помощью разрешения относительно параметра.
- Системы с параметрами.
- Метод координат (метод горизонтальных сечений) в задачах с параметрами. Идея метода.

- Метод горизонтальных сечений при решении рациональных и иррациональных алгебраических уравнений с параметрами. Уединение параметра и метод горизонтальных сечений.
- Метод горизонтальных сечений при решении рациональных и иррациональных алгебраических неравенств и систем неравенств с параметрами.
- Метод областей в рациональных и иррациональных неравенствах с параметрами.
- Замена при использовании метода горизонтальных сечений.
- Задачи с модулями и параметрами.
- Задачи на следование и равносильность задач с параметрами. Аналитический подход. Метод координат.
- Применение производной при анализе и решении задач с параметрами.

Тематическое планирование

№	Тема	К-во ч.
	10 класс	
	I. Логика алгебраических задач	5
1.	Элементарные алгебраические задачи как предложения с переменными. Множество решений задач. Следование и равносильность (эквивалентность) задач.	1
2.	Уравнения с переменными. Числовые неравенства и неравенства с переменной. Свойства числовых неравенств.	1
3.	Сложные (составные) алгебраические задачи. Системы и совокупность задач.	1
4.	Алгебраические задачи с параметрами.	1
5.	Интерпретация задач с параметрами на координатной плоскости.	1
	II. Многочлены и алгебраические уравнения	12
6.	Представление о целых рациональных алгебраических выражениях. Многочлены над полями R, Q и над кольцом Z . Степень многочлена. Кольца многочленов	1
7.	Делимость и деление многочленов с остатком. Алгоритмы деления с остатком.	1
8.	Теорема Безу. Корни многочленов. Следствия из теоремы Безу: теоремы о делимости на двучлен и о числе корней многочленов. Кратные корни	1
9.	Полностью разложимые многочлены и система Виета. Общая теорема Виета. Квадратичные неравенства: метод интервалов и схема знаков квадратного трехчлена	1
10.	Кубические многочлены. Теорема о существовании корня у полинома нечетной степени. Угадывание корней и разложение	1

№	Тема	К-во ч.
11.	Куб суммы (разности). Линейная замена и укороченное кубическое уравнение.	1
12.	Графический анализ кубического уравнения $x^3 + ax - b$. Неприводимый случай (три корня) и необходимость комплексных чисел	1
13.	Уравнения степени 4. Биквадратные уравнения. Представление о методе замены	1
14.	Линейная замена, основанная на симметрии. Угадывание корней. Разложение. Метод неопределенных коэффициентов.	1
15.	Полиномиальные уравнения высших степеней. Понижение степени заменой и разложением.	1
16.	Теоремы о рациональных корнях многочленов с целыми коэффициентами	
17.	Приемы установления иррациональности и рациональности чисел	1
	III. Рациональные алгебраические уравнения и неравенства	7
18.	Представление о рациональных алгебраических выражениях. Симметрические, кососимметрические и возвратные многочлены и уравнения. Дробно - рациональные алгебраические уравнения. Общая схема решения.	1
19.	Метод замены при решении дробно - рациональных уравнений	1
20.	Дробно - рациональные алгебраические неравенства. Общая схема решения методом сведения к совокупностям систем	1
21.	Метод интервалов решения дробно-рациональных алгебраических неравенств	1
22.	Метод оценки. Использование монотонности. Метод замены при решении неравенств.	1
23.	Неравенства с двумя переменными. Множества решений на координатной плоскости. Стандартные неравенства. Метод областей.	1
24.	Неравенства с двумя переменными. Множества решений на координатной плоскости. Стандартные неравенства. Метод областей.	1
	IV. Рациональные алгебраические системы	16
25.	Уравнения с несколькими переменными. Рациональные уравнения с двумя переменными. Однородные уравнения с двумя переменными	1
26.	Рациональные алгебраические системы. Метод подстановки. Метод исключения переменной. Равносильные линейные преобразования систем.	1
27.	Однородные системы уравнений с двумя переменными	1
28.	Замена переменных в системах уравнений	1
29.	Симметрические выражения от двух переменных. Теорема Варинга- Гаусса о представлении симметрических многочленов через элементарные.	1
30.	Рекуррентное представление сумм степеней через элементарные симметрические многочлены (от двух переменных).	1
31.	Системы Виета и симметрические системы с двумя переменными	1
32.	Системы Виета и симметрические системы с двумя переменными	1
33.	Метод разложения при решении систем уравнений	1

№	Тема	К-во ч.
34.	Метод разложения при решении систем уравнений	1
35.	Методы оценок и итераций при решении систем уравнений	1
36.	Методы оценок и итераций при решении систем уравнений	1
37.	Оценка значений переменных.	1
38.	Сведение уравнений к системам.	1
39.	Системы с тремя переменными. Основные методы.	1
40.	Системы Виета с тремя переменными.	1
	V. Иррациональные алгебраические задачи	12
41.	Представление об иррациональных алгебраических функциях. Понятия арифметических и алгебраических корней. Иррациональные алгебраические выражения и уравнения.	1
42.	Уравнения с квадратными радикалами. Замена переменной. Замена с ограничениями. Неэквивалентные преобразования. Сущность проверки.	1
43.	Метод эквивалентных преобразований уравнений с квадратными радикалами. Сведение иррациональных и рациональных уравнений к системам.	1
44.	Освобождение от кубических радикалов.	1
45.	Метод оценки. Использование монотонности. Использование однородности. Иррациональные алгебраические неравенства. Почему неравенства с радикалами сложных уравнений	1
46.	Эквивалентные преобразования неравенств. Стандартные схемы освобождения от радикалов в неравенствах (сведение к системам и совокупностям систем). Дробно-иррациональные неравенства. Сведение к совокупностям систем	1
47.	Теорема о промежуточном значении непрерывной функции. Определение промежутков знаков постоянства непрерывных функций. Метод интервалов при решении иррациональных неравенств.	1
48.	Замена при решении иррациональных неравенств. Использование монотонности и оценок при решении неравенств.	1
49.	Уравнения с модулями. Раскрытие модулей, стандартные схемы. Метод интервалов при раскрытии модулей.	1
50.	Неравенства с модулями. Простейшие неравенства. Схемы освобождения от модулей в неравенствах.	1
51.	Эквивалентные замены разностей модулей в разложенных и дробных неравенствах («правило знаков»).	1
52.	Иррациональные алгебраические системы. Основные приемы. Смешанные системы с двумя переменными.	1
	VI. Алгебраические задачи с параметрами	16
53.	Что такое задача с параметрами. Аналитический подход. Выписывание ответа (описание множеств решений) в задачах с параметрами.	1

№	Тема	К-во ч.
54.	Рациональные задачи с параметрами. Запись ответов.	1
55.	Иррациональные задачи с параметрами. «Собирание» ответов.	1
56.	Задачи с модулями и параметрами. Критические значения параметра.	1
57.	Метод интервалов в неравенствах с параметрами.	1
58.	Замена в задачах с параметрами	1
59.	Метод разложения в задачах с параметрами. Разложение с помощью разрешения относительно параметра.	1
60.	Системы с параметрами.	1
61.	Метод координат (метод горизонтальных сечений) в задачах с параметрами. Идея метода.	1
62.	Метод горизонтальных сечений при решении рациональных и иррациональных алгебраических уравнений с параметрами.	1
63.	Метод горизонтальных сечений при решении рациональных и иррациональных алгебраических неравенств и систем неравенств с параметрами.	1
64.	Метод областей в рациональных и иррациональных неравенствах с параметрами.	1
65.	Замена при использовании метода горизонтальных сечений.	1
66.	Задачи с модулями и параметрами	1
67.	Задачи на следование и равносильность задач с параметрами. Аналитический подход. Метод координат.	1
68.	Применение производной при анализе и решении задач с параметрами	1

Литература:

1. Пратусевич М.Я., Столбов К.М., Головин А.Н. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа (углублённый уровень) 10 класс. ДРОФА. (ФГОС)
Номер ФПУ 1.3.4.2.4.1
2. Горнштейн. Задачи с параметрами. Киев, Текст, 1992
3. Федеральный институт педагогических измерений. Контрольные измерительные материалы (КИМ) по математике.
4. МО РФ. Примерная программа среднего (полного) общего образования по математике. 10-11 классы; составители. Днепров Э.Д., Аркадьев А.Г. – М.: Дрофа, 2006.

